



# ANALIZA PRZEPIŹYWU CIEPŁA W SKALI NANO – MODEL DWU-TEMPERATUROWY

Wykonał: **Wojciech Miłkowski**

Promotor: **Prof. dr hab. inż. Ewa Majchrzak**

Kierunek: **Automatyka i Robotyka**

Specjalność: **Modelowanie komputerowe układów i procesów**

**Celem pracy** magisterskiej było opracowanie programu komputerowego symulującego przepływ ciepła w cienkich warstwach lub strukturach wielowarstwowych wykonanych z metalu. Program wykorzystuje model hiperboliczny dwu-temperaturowy. Aplikacja napisana jest w obiektowym języku C++, natomiast do prezentacji wyników w postaci wykresów wykorzystano bibliotekę ZedGraph.

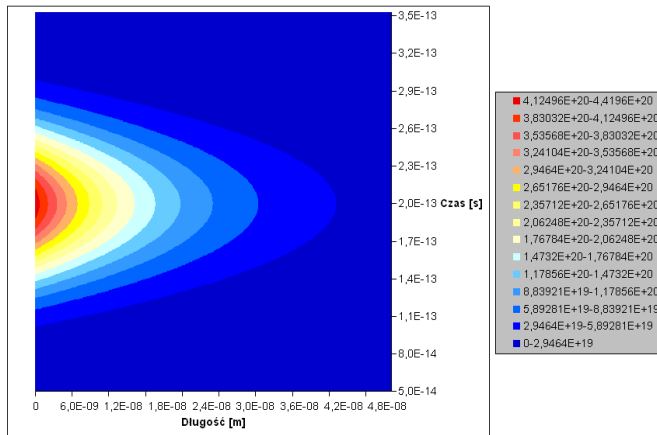
## Równania hiperbolicznego modelu dwu-temperaturowego

$$C_e(T_e) \frac{\partial T_e(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial q_e(x,t)}{\partial x} - G[T_e(x,t) - T_l(x,t)] + Q(x,t)$$

$$C_l(T_l) \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial q_l(x,t)}{\partial x} + G[T_e(x,t) - T_l(x,t)]$$

$$q_e(x,t) + \tau_e \frac{\partial q_e(x,t)}{\partial t} = -\lambda_e(T_e) \frac{\partial T_e(x,t)}{\partial x}$$

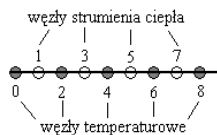
$$q_l(x,t) + \tau_l \frac{\partial q_l(x,t)}{\partial t} = -\lambda_l(T_l) \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial x}$$



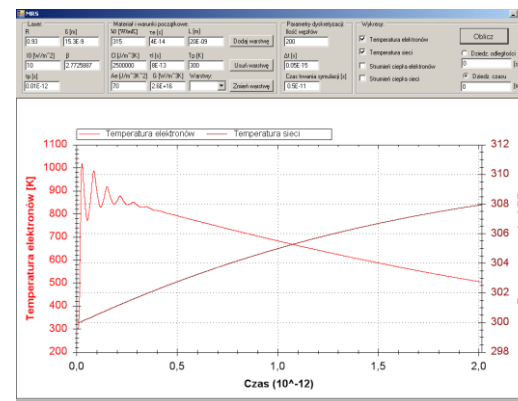
Rys. Funkcja źródła Q [W/m<sup>3</sup>]

## Model numeryczny

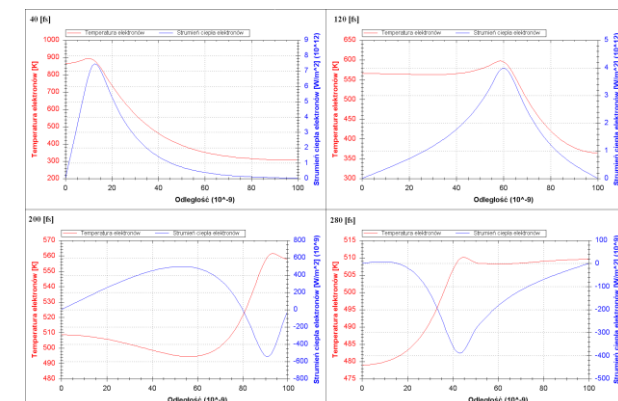
W celu rozwiązania zadania użyto metody różnic skończonych dla schematu jawnego. Wprowadzono siatkę, w której naprzemiennie występują węzły temperaturowe oraz węzły strumienia ciepła.



## Przykładowe wyniki uzyskane z symulacji



Rys. Nagrzewanie warstwy złota o grubości 20 [nm]



Rys. Rozkład temperatury i strumień ciepła elektronów w warstwie złota o grubości 100 [nm].